EL SALAMANCAEDRO

EMILIANO JIMÉNEZ FUENTES

—¿Conoces el poliedro de Durero, el de «La Melancolía»?

—Lo vi hace muchos años, en el libro de *Cristalografía* de MUEDRA & MELÉNDEZ. Después, de pasada, algunas veces más. ¿Por qué?

—¿Qué forma cristalina representa? ¿Qué es?

—¡Hombre! ¡Así, a bote pronto…! Tendría que verlo de nuevo. Creo recordar que era un piritoedro. ¿Noo?

—¡No tienes ni idea! Mira, aquí tengo una copia (figura 1). ¿Qué dices ahora?

—No. No es un piritoedro. Más bien es un romboedro con pinacoide. Romboedro agudo…

—Pues no. Tampoco. Es un cubo con dos vértices opuestos truncados…

—¡De eso, nada! Mira y aprende. A un cubo, con todos los elementos de simetría que tiene, se le pueden «truncar» 8 vértices y entonces es una combinación con octaedro. No pierde ninguna simetría. O también cortar 4 vértices opuestos dos a dos y resulta combinación de cubo con tetraedro; aquí sí que pierde elementos de simetría, conservando siempre los cuatro ejes ternarios que caracterizan al sistema cúbico. Pero si al cubo le cortas como tú dices sólo queda un eje ternario, que pasa por el centro de las caritas triangulares resultantes. Ya no es un cuerpo del sistema cúbico, sino del trigonal, y ya no es cubo, sino romboedro, aunque ni agudo ni obtuso.

—¿Agudo u obtuso? ¿En qué se diferencian esos dos romboedros que tú dices?

—Pues mira. A ver si lo entiendes bien. Si al cubo lo coges por los dos vértices opuestos y lo aplastas, el romboedro es obtuso. Y, si en cambio, lo estiras, es agudo.

Figura 1. *Melancolía I* de DURERO.

En 1902 y 1934, don MIGUEL DE UNAMUNO nos regaló una visión «científica» de las pajaritas de papel. A su ciencia la llamó COCOTOLOGÍA. Siguiendo su ejemplo, en este relato (¿geométrico o geometrístico?) creó varios términos, uno de los cuales, el que le da título, dedico a la ciudad de Salamanca, que me acogió y acunó a mis hijos y nietos.

Les dieron estos nombres porque el ángulo de las caras que convergen en el eje ternario es obtuso o agudo. Y estoy pensando que cuando no es lo uno ni lo otro, es decir, cuando al cubo original sólo lo cortamos… ¿cómo debemos llamar al romboedro resultante? ¿Neutro? Mejor, recto. ¿Lo entiendes ahora? (figura 2).

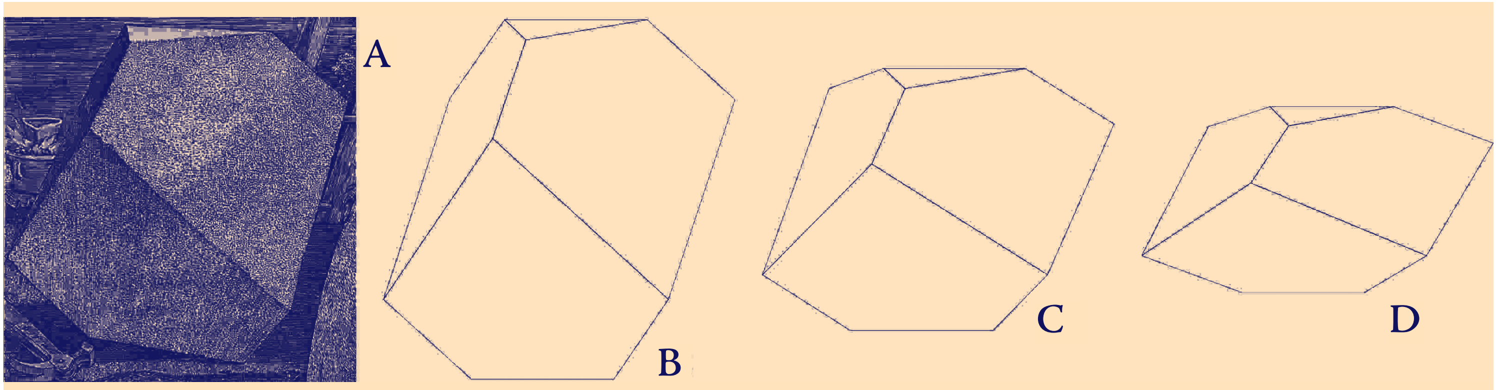


Figura 2. A: Poliedro de Durero. B, C y D: Romboedros con pinacoide en proyección ortogonal.
Los romboedros pueden ser: agudo (B), recto (C) y obtuso (D).

—Sí. Sí. Y entonces… ¿el poliedro de DURERO…?

—Es un romboedro agudo, truncado perpendicularmente al eje ternario por dos caras paralelas; lo que en cristalografía se llama pinacoide.

—Sí. Todo eso está muy bien, pero las caras del poliedro de Durero están representadas en las baldosas centrales de la Catedral Nueva de Salamanca. ¿No lo sabías? ¡Pues ve a verlo! Y el ángulo de confluencia de cada cuatro baldosas es recto.

—Mira. Mejor voy a verlo y luego hablamos. ¿Te parece?

—¡Vale!

Ya estoy en la Catedral. Veo por primera vez las baldosas que tantas veces pisé. Forman una superficie de pentágonos alternativamente claros y oscuros. Los huecos están ocupados por octágonos regulares. Sólo están presentes en la puerta que da a Poniente. La imagen resultante es de cruces saliendo de un círculo (¿de Malta? ¿Símbolo crepuscular?) y parecen, desde cierto ángulo, formar una espiral (figura 3).

Hay algo que llama la atención en los pentágonos: ¡tienen tres lados iguales! ¡Bueno, casi iguales! Midiéndolos no lo son, y es una lástima porque, ¡seguro!, responden a un modelo místico avanzado, que el artífice no plasmó exáctamente sino por aproximación.

Cada pentágono, además de tener tres lados iguales, tiene un ángulo recto y los otros cuatro iguales (112º 30').

Para construirlo partimos de un triángulo rectángulo de catetos iguales. Cortando los ángulos agudos a la misma distancia resulta un pentágono con cuatro ángulos de 112º 30' (figura 4A).

Resulta sencillo hacer que el lado opuesto al ángulo recto sea de la misma longitud que los que lo forman. Pero juntando ambas condiciones SÓLO HAY UNA SOLUCIÓN.

Obsérvese que este polígono cumple todos los requisitos místicos planteados por los artistas geómetras del Renacimiento: UNO (del único ángulo recto), TRINO (tres lados iguales), TETRA (cuatro ángulos iguales), PENTA y se puede añadir el DÚO (dos lados distintos).

No me cabe duda de que esta figura, que llamaré **PENTAEQUITETRÁGONO TRILÁTERO**, no pasaría desapercibida por alguno de ellos y que sería plasmada en algún otro templo cristiano. Ignoro de dónde ni quién la trajo a Salamanca. Pero aquí el modelo fue realizado con

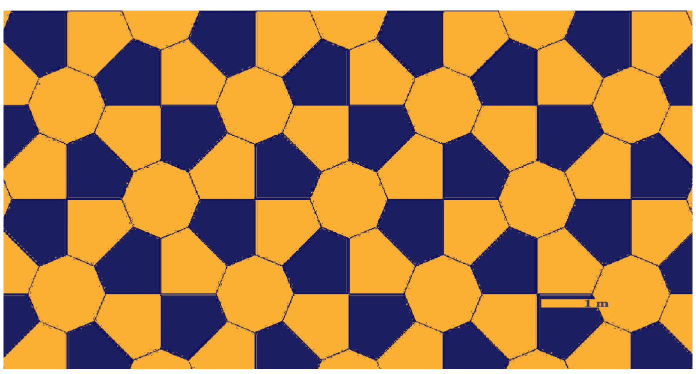


Figura 3. Las baldosas de la Catedral Nueva de Salamanca.

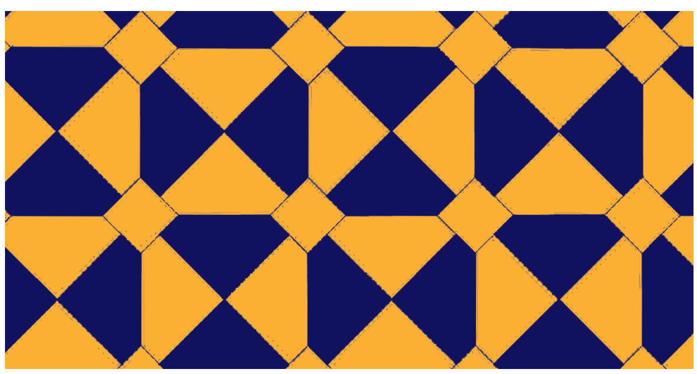


Figura 4. A: Pentaequitetrágono trilátero («Salmantinógono»).
B: Pentaequitrígono trilátero.

un ligero error, por aproximación, quizás para rellenar después.

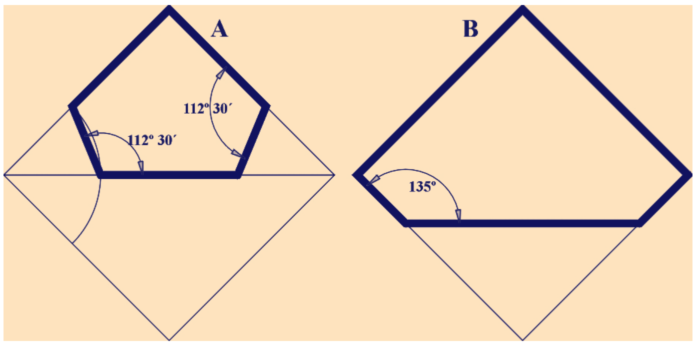


Figura 5. Baldosas originadas por el pentaequitrígono trilátero («romboedro recto de Durero»).

Pero supongamos ahora que, como decía mi amigo, el pentágono fuese derivado de la cara del poliedro de Durero.

En primer lugar, para adaptarlo a un embaldosado es imprescindible que el ángulo de confluencia sea recto. Tenemos que partir, pues, de un romboedro recto, cuyas caras son cuadradas. Al estar cortadas por el pinacoide, del cuadrado pasamos a un pentágono con 3 ángulos rectos y los otros dos de 135º (figura 4B). Y lo mismo que en el caso anterior, sólo hay **una única solución** en la que el lado originado por el pinacoide sea igual a los lados opuestos. Lo llamaré **PENTAEQUITRÍGONO TRILÁTERO**.

El embaldosado que resulta de este singular pentágono está representado en la figura 5.

Como puede verse, el relleno entre las baldosas pentagonales es **cuadrado** y no octogonal. **¡EL MODELO NO FUE TOMADO A PARTIR DEL DUREROEDRO! ¡NO!**

Por lo demás, el pentaequitrígono trilátero puede ser considerado *tan místico* como el pentaequitetrágono trílatero. Lo único que le falta es el «4», pero éste puede ser compensado con el cuadrado de relleno.

Esta baldosa salmantina, el PENTAEQUITETRÁGONO TRÍLATERO o **SALMANTINÓGONO**, es una visión plana de un problema. Pero… ¿por qué no plantearlo espacialmente, como hizo Durero (por cierto, sin resolver del todo; pero eso… es otra historia)?

La única forma de relacionar en el espacio las baldosas salmantinas es unirlas de tres en tres por los ángulos rectos. Cada grupo forma una pirámide que se puede oponer a otra por un plano de simetría. Es por tanto una bipirámide trigonal con simetría 62m (o, para que lo entiendan mejor, 3/m 2m). Lo que quiere decir que se genera un eje ternario perpendicular a un plano principal (o, lo que es lo mismo, un eje senario de inversión) y 3 ejes binarios que coinciden con

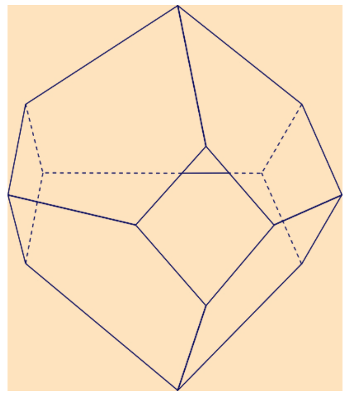


Figura 6. Bipirámide vacía generada por 6 salmantinógonos.

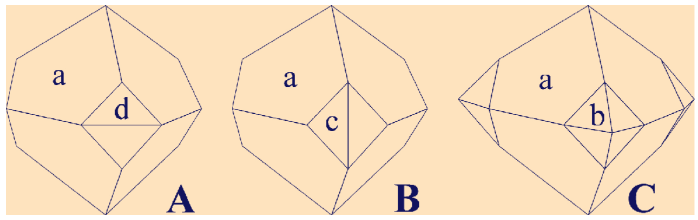


Figura 7. A) Macla de contacto, mimética, en [0001]. Cada individuo está formado por dos pirámides trigonales con simetría 32; B) Bipirámide trigonal + prisma ditrigonal (clase $\bar{6}2$ m); C) Bipirámide trigonal + bipirámide ditrigonal (clase $\bar{6}2$ m).

planos de simetría. De ninguna manera puede considerarse este poliedro como un romboedro recto.

Pero la forma pentagonal de las caras hace que queden 3 huecos (figura 6). ¿Cómo taparlos?

Se puede cerrar cada hueco con dos caras que, a su vez, pueden estar unidas entre sí horizontal (figura 7A) o verticalmente (entendiendo por vertical al eje ternario o principal) (figura 7B). Y estas soluciones son, en cada caso, únicas.

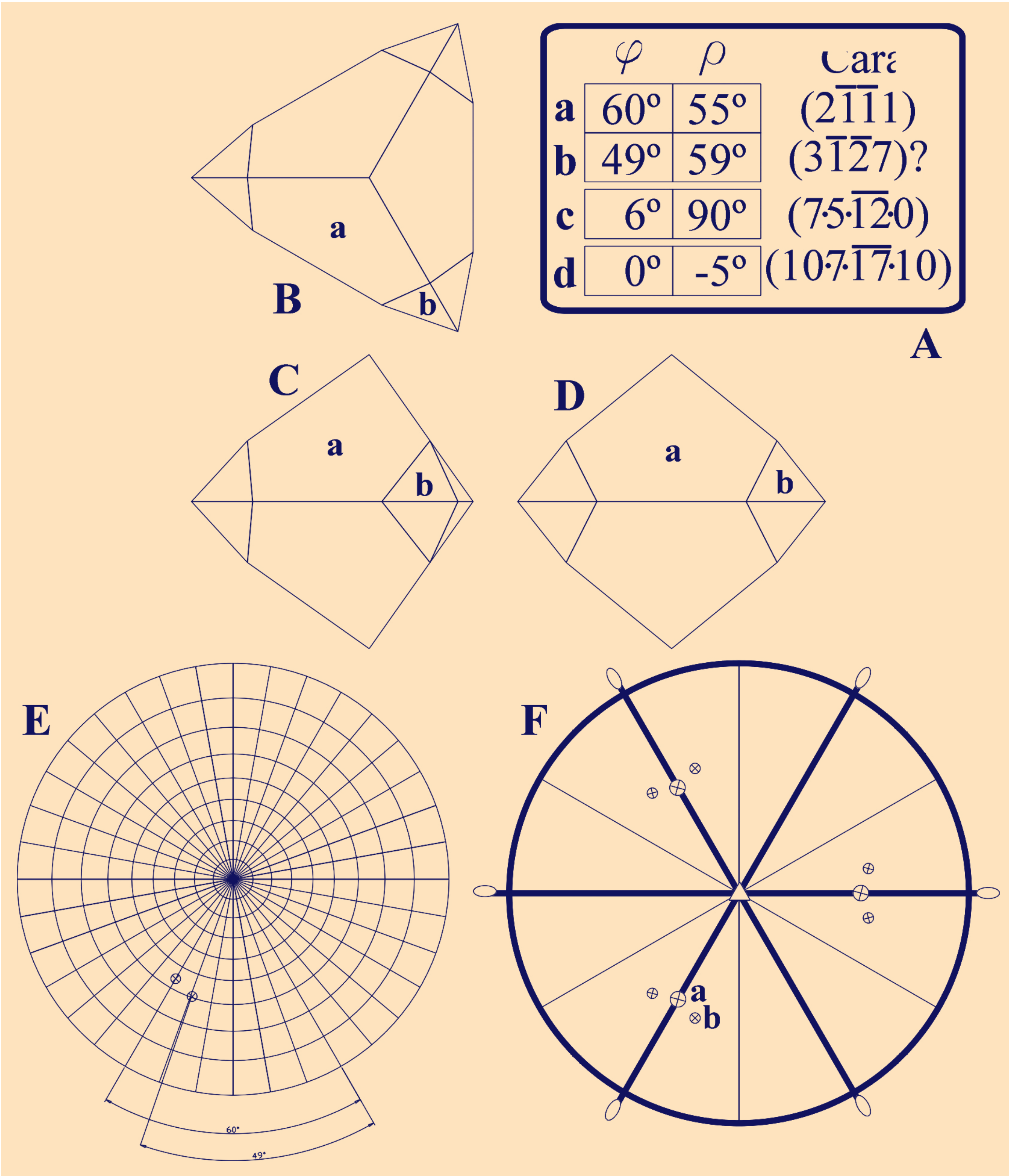
También podemos cerrar cada hueco con cuatro caras triangulares (figura 7C). Pero entonces la solución es múltiple, siendo variable la inclinación de las caras. SÓLO HAY UN CASO EN QUE LAS 12 CARAS SEAN TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS.

Obsérvese que al misticismo numérico de la baldosa salmantina (1, 2, 3, 4, 5) se une el de los triángulos equiláteros (1, 3, 12). Llamaré **SALAMANCAEDRO** a este poliedro tan singular. Es también el único que conserva la condición planaria de que sólo tiene dos tipos de aristas, 9 largas y 24 cortas.

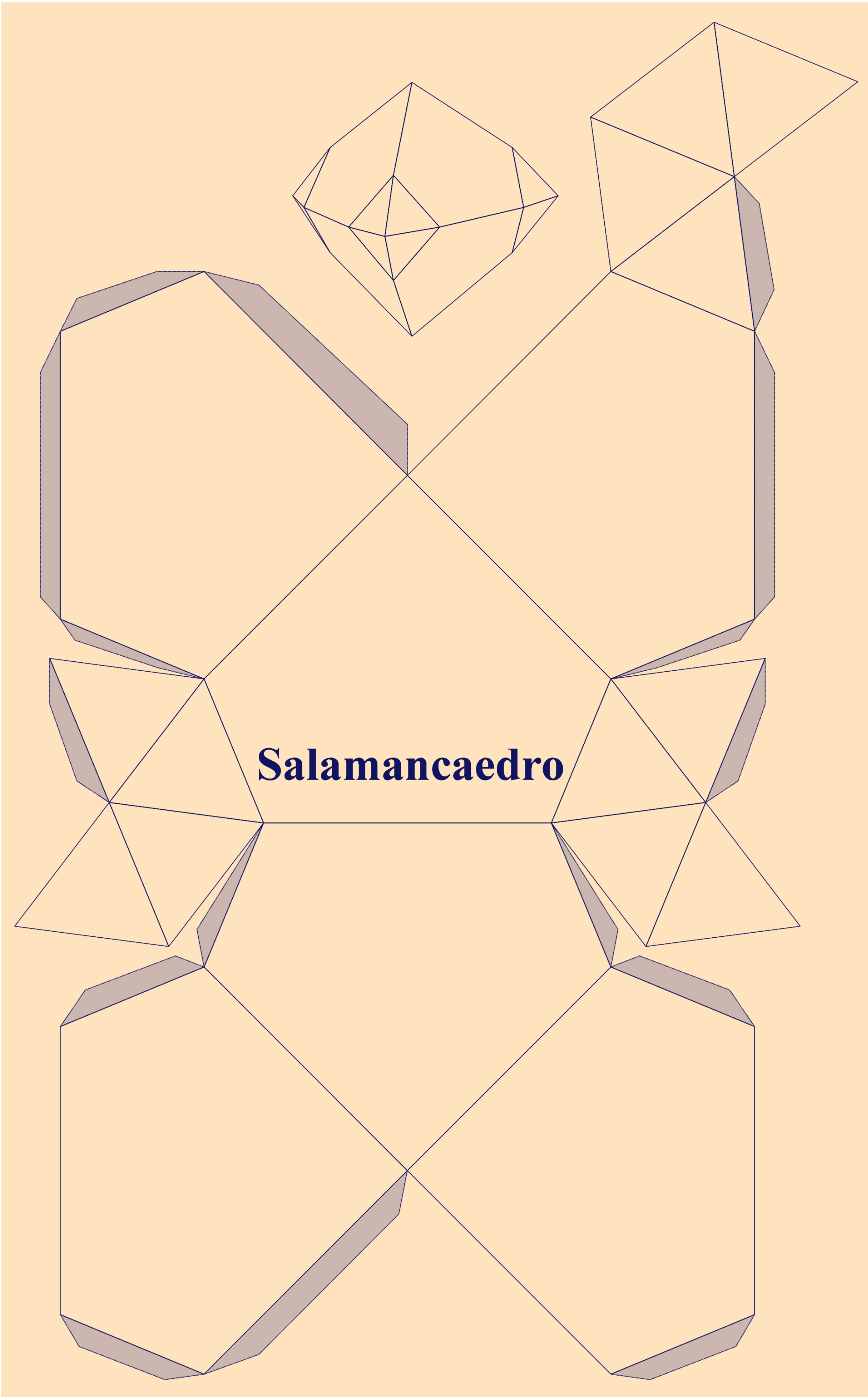
Y finalizo este relato «geométrico» (o «geometrístico») con dos anexos, dedicado, el primero, a las características cristalográficas del **SALAMANCAEDRO**, si hubiese un mineral que cristalizase así. ¿Lo hay? He de confesar que en estos momentos lo ignoro. ¡Veremos qué dirá alguien mañana! El segundo es su desarrollo, para que quien quiera tenerlo lo amplíe (en papel de al menos 160 g), repase los dobleces con un alfiler, recorte, pliegue y pegue. Tendrá un bonito recuerdo de la maravillosa ciudad del Tormes…, y mío.

Anexo 1. El Salamancaedro

A) Ángulos φ y ρ. B, C, D) Proyecciones ortogonales desde {0001}, {$10\bar{1}0$} y {$2\bar{1}\bar{1}0$}. E, F: Proyecciones estereográficas. E) φ y ρ en falsilla de Wulff. F) Del SALAMANCAEDRO, con sus elementos de simetría, a: Bipirámide trigonal ($hh\bar{2}hl$); b: Bipirámide ditrigonal ($hk\bar{i}l$); c: Prisma ditrigonal ($hk\bar{1}0$) de la figura 7B; d: Pirámide trigonal inferior ($hh\bar{2}hl$) de la figura 7A.



Anexo 2. Desarrollo del Salamancaedro




ARITHMETICA
GEOMETRIA
DIALETICA
ASTROLOGIA
MVSICA
RHETORICA
GRAMMATICA
ABCD
FGHILM
OPQRSTV